

УДК 531.396, 534.014.4, 534.015.1

Периг А. В., Стадник А. Н., Матвеев И. А.

О ДИНАМИЧЕСКИХ РЕЖИМАХ РАБОТЫ СТРЕЛОВОГО КРАНА ПРИ ПОСТОЯННОМ УГЛЕ ВЫЛЕТА СТРЕЛЫ

Непрерывное совершенствование технологических режимов работы подъемно-транспортного оборудования предъявляет высокие требования к управляемости, производительности и точности позиционирования рабочих органов движущихся механических систем. Решение указанных задач требует дополнительного динамического анализа установившихся колебательных процессов и соответствующего расчета собственных частот колебаний, возникающих при относительном раскачивании груза во время переносного вращательного движения стреловой системы крана. Расчетные подходы к учету влияния центробежных сил на характер колебания груза при повороте стрелы крана реализованы в работе Кузьмина А. Н. и др. [1]. В работе Макаревича Е. В. и др. [2] разработана математическая модель поворотного крана в имитационной среде SimMechanics пакета Matlab, а также реализовано оптимальное управление данной моделью крана посредством модуля Optimization Toolbox пакета Matlab. В исследовании Герасимьяка Р. П. и др. [3] рассмотрены подходы к оптимальному электромеханическому управлению вылетом стрелы крана. Зарецким А. А. и др. в работах [4]–[5] вводится классификация раскачивания груза, причем относительное раскачивание груза относится к динамическим погрешностям крановой системы. Задачи снижения раскачивания груза при повороте стрелы также рассмотрены в работах [6–8]. Учет влияния случайной ветровой нагрузки на динамические режимы работы стрелового крана выполнен в работе Подобеда В. А. [9]. В то же время в известных работах [1–9] уделяется недостаточное внимание анализу динамических режимов раскачивания груза в двух взаимно перпендикулярных вертикальных плоскостях с учетом влияния ускорения Кориолиса на относительную траекторию груза на канате, что и определяет актуальность настоящей работы.

Целью работы является решение обратной задачи динамики об определении вида относительной траектории раскачивающегося груза с одновременным учетом как относительного поворота вертикальной плоскости колебаний груза, так и влияния кориолисова ускорения на вид относительной траектории раскачивающегося груза на канате.

Для решения поставленной задачи воспользуемся методами динамики относительного движения материальной точки. На рис. 1 приведена схема относительного раскачивания груза, причем использованы следующие обозначения: O_1D – ось вращения крана (ось Oz_1); $BD = R$ – горизонтальная y -проекция стрелы OB крана; γ – угол наклона стрелы OB крана с горизонтальной плоскостью xu ; $l = BA_{st} = BA_{dyn} = BA_t$ – постоянная длина свисающей части троса; система отсчета xuz – подвижная, неинерциальная система отсчета, связанная с поворачивающейся стрелой крана, начало которой совпадает с положением A_{dyn} динамического равновесия груза; α_{1t} – текущий угол отклонения троса BA_t от вертикали BA_{st} ; α_{1dyn} – текущий угол $A_{st}BA_{dyn}$; β – текущий угол A_tBA_{dyn} , причем $\alpha_{1t} = \alpha_{1dyn} + \beta$; α_2 – текущий угол, характеризующий поворот вертикальной плоскости колебаний груза, отсчитываемый от положительного направления оси x ; A_{st} , A_{dyn} и A_t – статическое, динамическое и текущее положения груза A соответственно; y_{dyn} – горизонтальное y -расстояние между точками A_{st} и A_{dyn} ; φ_e – угол, характеризующий переносное вращение стрелы OB вокруг вертикальной оси Oz_1 ; $\omega_e = d\varphi_e/dt$ – переносная угловая скорость вращения стрелы OB вокруг вертикальной оси Oz_1 ; mg – сила тяжести груза; Φ_e^n – нормальная переносная эйлерова сила инерции, направленная вдоль отрезка DA_t ; $\Phi_{кор}$ – кориолисова сила инерции; N – сила натяжения троса; N_{xy} – горизонтальная проекция силы натяжения троса на горизонтальную плоскость xu ; V_B – линейная скорость т. B , направленная параллельно оси x ; V_r и V_e – относительная и переносная линейные

скорости т. A_t соответственно, причем вектор V_r направлен по касательной к эллиптической траектории т. A_t сферического маятника с центром в т. A_{dyn} , а вектор V_e перпендикулярен отрезку DA_t .

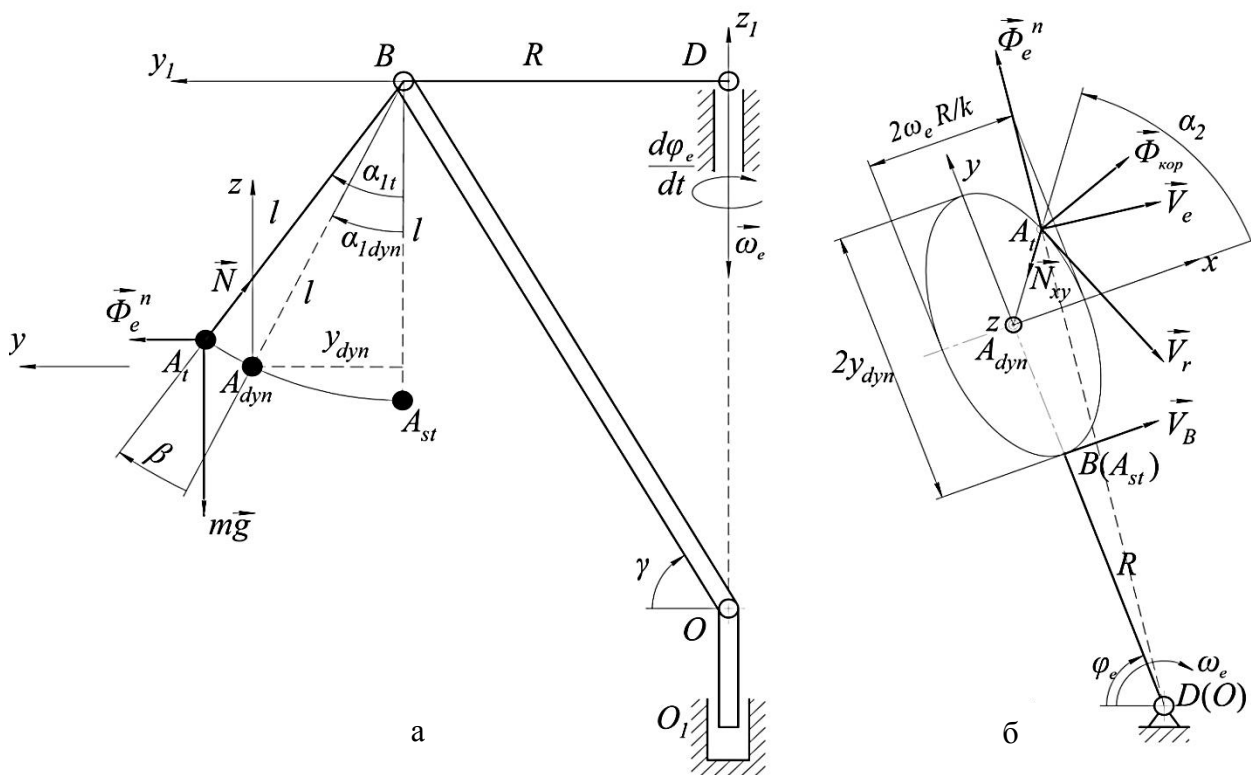


Рис. 1. Расчетная схема механической системы стрелы BO крана с раскачивающимся грузом A , причем текущее положение груза A_t характеризуется двумя независимыми углами раскачивания α_1 и α_2 :

а – схема расположения стреловой системы «стрела крана-груз» в вертикальной плоскости yz ; б – схема расположения системы в горизонтальной плоскости xy

При составлении дифференциальных уравнений относительного движения груза на тросе предполагаем, что $\Phi_e^n \parallel A_{dyn}y$, причем постоянная величина переносной нормальной эйлеровой силы инерции определяется из уравнения динамического равновесия груза как:

$$\Phi_e^n = m\omega_e^2(R + l \cdot \sin(\alpha_{1dyn})). \tag{1}$$

В случае малого угла α_{1dyn} линеаризованное соотношение (1) принимает вид:

$$\Phi_e^n = m\omega_e^2(R + l \cdot \alpha_{1dyn}). \tag{2}$$

При этом угол α_{1dyn} определим из моментного условия $M_B(mg) = M_B(\Phi_e^n)$ относительного равновесия груза на тросе в положении динамического равновесия (рис. 1, а):

$$mgl \cdot \sin(\alpha_{1dyn}) = m\omega_e^2(R + l \cdot \sin(\alpha_{1dyn})) \cdot l \cdot \cos(\alpha_{1dyn}). \tag{3}$$

Численное решение моментного уравнения (3), составленного для динамического равновесия груза A_{dyn} на рис. 1, а, позволяет рассчитать численное положительное значение угла α_{1dyn} . С учетом численно найденной величины α_{1dyn} определяется значение горизонтального расстояния y_{dyn} между точками A_{st} и A_{dyn} (рис. 1) согласно соотношению:

$$y_{dyn} = A_{st} A_{dyn} = l \cdot \sin(\alpha_{1dyn}). \quad (4)$$

Согласно динамической теореме Г. Г. Кориолиса, дифференциальное уравнение относительного движения груза A_i на тросе BA_i имеет следующий вид:

$$m\vec{a}_r = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{\Phi}_e^n + \vec{\Phi}_{kop}, \quad (5)$$

где все входящие в (5) вектора схематически изображены на рис. 1.

В рамках расчетной модели рассматриваемой задачи полагаем $\Phi_{ex}^n = 0$, а Φ_{ey}^n есть величина постоянная, рассчитываемая согласно (1), что приводит к смещению центра относительного движения в положение A_{dyn} согласно (3)–(4). Поместив начало подвижной системы координат xuz в т. A_{dyn} , найдем проекцию натяжения троса на оси x и y . Так, заметим, что проекция уравнения (5) на вертикальную ось z имеет вид:

$$0 = -mg + N \cdot \cos(\alpha_{1dyn} + \beta). \quad (6)$$

Ввиду малости углов α_{1dyn} и β , из (6) следует, что:

$$N \approx mg. \quad (7)$$

Как следует из схемы на рис. 1, $N_x \approx (-N_{xy}) \cdot \cos(\alpha_2) \approx (-mg \cdot \sin(\beta)) \cdot \cos(\alpha_2) \approx (-mg \cdot \sin(\beta)) \cdot (x/(l \cdot \sin(\beta)))$, т. е. в рамках допущений предложенной расчетной модели получаем, что:

$$N_x = (-mg) \cdot (x/l); N_y = (-mg) \cdot (y/l). \quad (8)$$

Принимая во внимание (8), а также без учета Φ_{kop} , проекции дифференциального уравнения (5) относительного движения груза на тросе принимают следующий вид:

$$m(d^2x/dt^2) = (-mg) \cdot (x/l); m(d^2y/dt^2) = (-mg) \cdot (y/l). \quad (9)$$

Нормальный вид уравнений (9) записывается в виде следующей однородной системы:

$$(d^2x/dt^2) + k^2 \cdot x = 0; (d^2y/dt^2) + k^2 \cdot y = 0, \quad (10)$$

где $k^2 = g/l$ – квадрат циклической частоты свободных колебаний груза на тросе для рассматриваемой модели сферического маятника (рис. 1, б). При этом начальные условия движения груза определяются его начальным положением в т. A_{st} на рис. 1, б с начальной скоростью относительного движения ($-V_B$), что приводит к следующим соотношениям:

$$x_0 = 0; dx_0/dt = -V_B = -\omega_e R; y_0 = -y_{dyn}; dy_0/dt = 0. \quad (11)$$

Выполняя интегрирование системы уравнений (10) с нач. условиями (11), находим:

$$x = -(\omega_e R/k) \cdot \sin(kt); y = -y_{dyn} \cdot \cos(kt). \quad (12)$$

Как следует из интегралов (12), траектория относительного движения груза на тросе представляет собой эллипс на рис. 1, б с полуосями $(\omega_e R/k)$ и y_{dyn} , определяемому из (4):

$$(x^2 k^2 / \omega_e^2 R^2) + (y^2 / y_{dyn}^2) = 1. \quad (13)$$

Без учета наличия кориолисовой силы инерции Φ_{kop} , вид относительной траектории (13) схематически представлен на рис. 1, б. Для численного анализа предложенной математической модели (9)–(13) в случае близких численных значений для угловой скорости ω_e переносного движения стрелы крана и циклической частоты свободных колебаний груза на тросе k зададимся следующими численными данными: $R = 10$ м; $g = 9,81$ м/с²; $l = 20$ м;

$\omega_e = 0,7$ рад/с; $k = (g/l)^{0,5} \approx 0,7$ рад/с $\approx \omega_e$. На рис. 2, а показаны графики временных зависимостей $x(t) = (-9,995) \cdot \sin(0,7 \cdot t)$; $y(t) = (-15,801) \cdot \cos(0,7 \cdot t)$, полученных согласно интегралам (12), а на рис. 2, б представлена соответствующая эллиптическая траектория (13) груза А на тросе ВА.

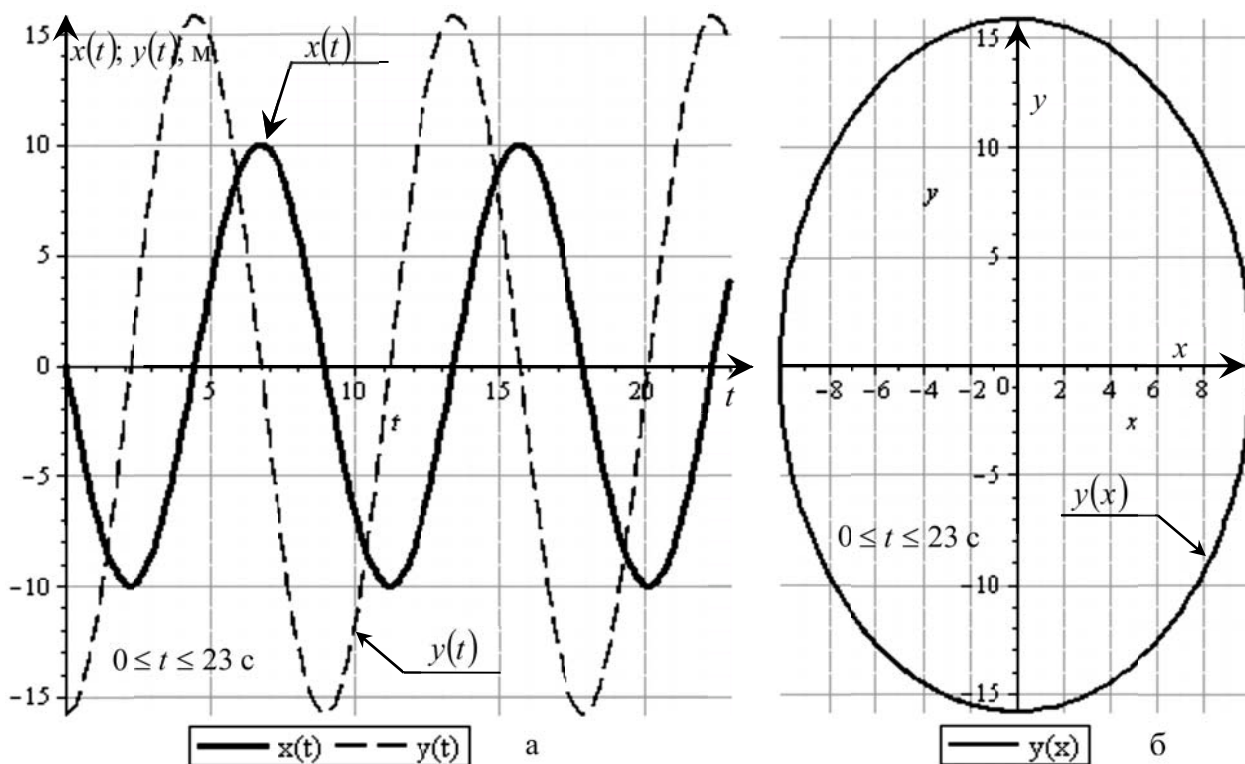


Рис. 2. Результаты решения (12)–(13) задачи Коши (10)–(11) для колебаний груза в рамках построения модели сферического маятника без учета кориолисовой силы инерции: а – графики $x(t)$, $y(t)$ согласно (12); б – траектория груза $y = y(x)$ в соответствии с (13)

При этом необходимо отметить, что вид траектории груза на рис. 2, б представляет собой самое первое приближение к расчетной модели на рис. 1, б. Дальнейшее уточнение вида траектории сферического маятника однозначно связывается с необходимостью учета неинерциальности системы отсчета x, y, z посредством учета наличия ускорения Кориолиса. В данном случае наибольшая величина относительной скорости груза $V_{r \max} = k \cdot y_{dyn} \approx 11,066$ м/с; наибольшее ускорение Кориолиса $a_{kop \max} = 2 \cdot \omega_e \cdot V_{r \max} \approx 15,493$ м/с²; величина переносного нормального ускорения $a_e^n = \omega_e^2 \cdot (R + l \cdot \sin(\alpha_{l \text{ dyn}})) \approx 12,642$ м/с², т. е. кориолисово ускорение больше переносного ускорения груза $a_{kop \max} > a_e^n$, что в обязательном порядке требует учета не только переносной Φ_e^n , но и кориолисовой Φ_{kop} силы инерции груза. В таком случае дифференциальные уравнения относительного движения груза (9) с учетом кориолисовой силы инерции в проекциях на оси x и y принимают следующий вид:

$$\begin{cases} m \left(d^2 x / dt^2 \right) = (-mg) \cdot (x/l) + m \cdot 2 \cdot \omega_e \cdot (dy/dt); \\ m \left(d^2 y / dt^2 \right) = (-mg) \cdot (y/l) - m \cdot 2 \cdot \omega_e \cdot (dx/dt). \end{cases} \quad (14)$$

Определитель матрицы собственных частот для системы (14) имеет следующий вид:

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 + (g/l) & 2 \cdot \omega_e \cdot \lambda \\ (-1) \cdot 2 \cdot \omega_e \cdot \lambda & \lambda^2 + (g/l) \end{vmatrix} = 0. \quad (15)$$

Из анализа выражения (15) следует вековое уравнение для данной задачи:

$$(\lambda^2 + (g/l))^2 + 4 \cdot \omega_e^2 \cdot \lambda^2 = 0. \tag{16}$$

Решая вековое уравнение (16) как биквадратное относительно λ^2 , находим:

$$\lambda_{1,2}^2 = -(k^2 + 2 \cdot \omega_e^2) \pm 2 \cdot \omega_e \cdot \sqrt{k^2 + \omega_e^2}. \tag{17}$$

При $\omega_e \approx k$ из (17) находим, что $\lambda_{1,2}^2 \approx (-0,172 \cdot k^2); (-5,828 \cdot k^2)$ или для заданных численных значений $k \approx 0,7$ рад/с находим, что $\lambda_{1,2}^2 \approx (-0,084); (-2,856)$, откуда $\lambda_{1,2} \approx 0,290 \cdot i; 1,690 \cdot i$. В таком случае соответствующие собственные частоты $k_1 \approx 0,290$ рад/с и $k_2 \approx 1,690$ рад/с. С применением результатов (15)–(17) было установлено, что $x(t) = C_1 \cdot \sin(k_1 t) + C_2 \cdot \sin(k_2 t); y(t) = (-C_1) \cdot \cos(k_1 t) + C_2 \cdot \cos(k_2 t)$. На рис. 3, а представлены графики временных зависимостей относительных координат движущегося груза на тресе $x(t) = (-5,850) \cdot \sin(1,690 \cdot t) + (9,951) \cdot \sin(0,290 \cdot t); y(t) = (-5,850) \cdot \cos(1,690 \cdot t) - (9,951) \cdot \cos(0,290 \cdot t)$, полученных в результате решения задачи Коши (14), (11). На рис. 3, б построена соответствующая траектория груза А на тресе ВА, полученная в рамках интегрирования дифференциальных уравнений относительного движения (14) с начальными условиями (11).

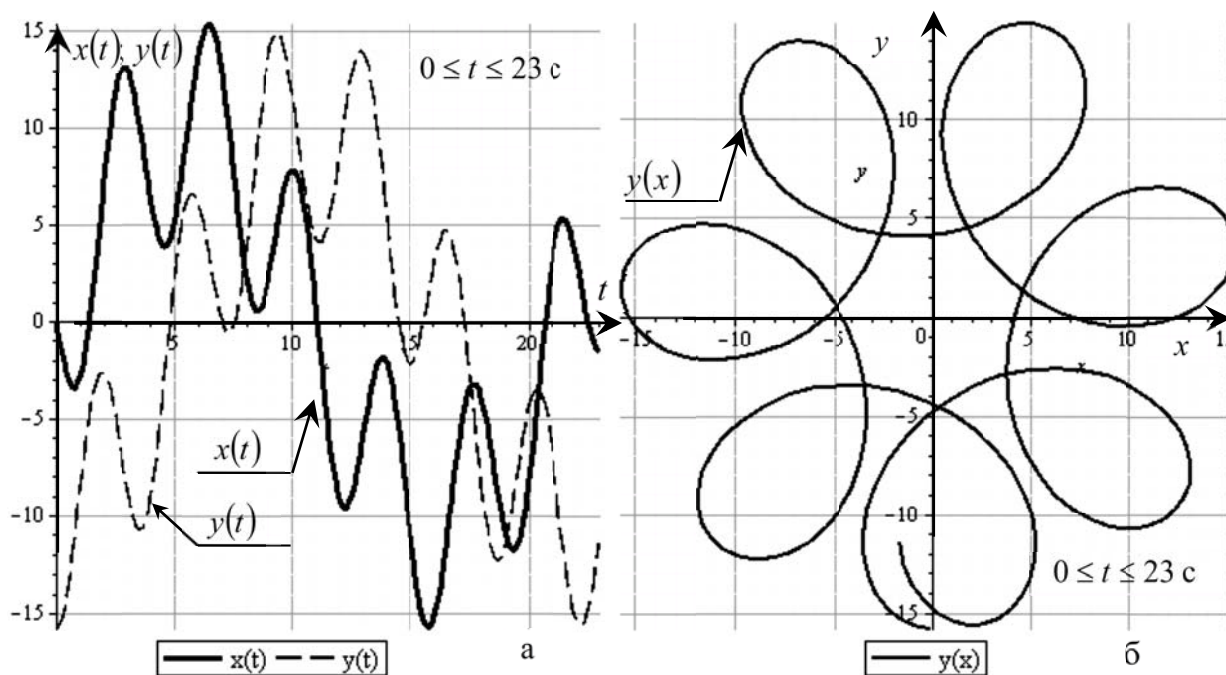


Рис. 3. Результаты решения задачи Коши (14), (11) для колебаний груза на тресе в рамках построения модели сферического маятника с учетом кориолисовой силы инерции: а – временные графики $x(t), y(t)$; б – траектория груза на тресе $y = y(x)$

В рамках обсуждения полученных результатов на рис. 3 необходимо отметить следующее. В данной задаче при условии $\omega_e \approx k$ имеем $\lambda_1^2 < 0$ и $\lambda_2^2 < 0$, причем частоты для двух новых колебаний $k_1 \approx 0,290$ рад/с, $k_2 \approx 1,690$ рад/с и $k_1 \neq k_2$ (рис. 3, б). Как следует из вида функций $x(t); y(t)$ и из графиков на рис. 3, результирующее движение груза на тресе с учетом кориолисовой силы инерции будет суммой двух колебаний с частотами k_1 и k_2 . При этом колебание с меньшей частотой $k_1 \approx 0,290$ рад/с, периодом $T_1 = 2\pi/k_1 \approx 21,666$ с и достаточно значительной амплитудой $|C_1| = 9,951$ м почти совпадает с относительным движением груза без учета кориолисовой силы инерции $\Phi_{кор}$ (рис. 2, б). Второе же колебание происходит с большей частотой $k_2 \approx 1,690$ рад/с ($k_2 > k_1$), но при этом второе колебание характеризуется значительно меньшей амплитудой $|C_2| = 5,850$ м ($|C_2| < |C_1|$) и значительно меньшим периодом $T_2 = 2\pi/k_2 \approx 3,718$ с $< T_1$.

Т. о. в рамках анализа результата, представленного на рис. 3, б, необходимо отметить следующее. Абсолютным движением груза A на тросе BA при повороте стрелы OB крана с угловой скоростью ω_e будет некоторая новая результирующая кривая, представляющая собой геометрическую сумму двух движений груза – переносного и относительного. В рамках решения задачи (10)–(11) установлено, что относительное движение представляет собой движение по эллиптической траектории (13) с периодом, равным $T = 2\pi/k = 2\pi(l/g)^{0,5}$. Это означает, что абсолютная скорость груза A в начальный момент времени равна нулю ($V_{abs A}(0) = 0$ м/с) и через время T абсолютная скорость груза A также будет равна нулю ($V_{abs A}(T) = 0$ м/с). Отмеченная особенность может быть рекомендована для выбора рационального режима работы кранового оборудования. Следовательно, если возникает необходимость практического решения задачи перемещения груза из одного положения в другое на требуемый угол поворота стрелы $\Delta\varphi_e$, то следует рекомендовать угловую скорость вращения стрелы $\omega_e = \Delta\varphi_e/T$ или $\omega_e = (\Delta\varphi_e/(2\pi)) \cdot (g/l)^{0,5}$. Предлагаемый режим работы кранового оборудования обеспечивает отсутствие поперечных динамических нагрузок на стрелу крана OB в момент остановки груза A , а также необходимую при этом точность относительного позиционирования рабочих органов движущихся механических систем, что позволяет сделать вывод о достижении цели работы в рамках представленного исследования.

ВЫВОДЫ

В работе получена математическая модель относительного движения груза на тросе.

Установлены такие кинематические характеристики относительного движения груза, как траектория, скорость и период колебаний. Показано, что относительное движение груза на тросе представляет собой сферический маятник с центром в положении динамического равновесия груза. Проведен анализ влияния силы инерции Кориолиса на относительное движение груза. Рекомендованы рациональные режимы работы кранового оборудования с учетом результатов проведенных исследований.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузьмин А. Н. Исследование колебаний груза на гибком подвесе при повороте крана / А. Н. Кузьмин, В. В. Суглобов, В. И. Федун // *Захист металургійних машин від поломок : зб. наук. пр. – Маріуполь : ПДТУ, 2011. – Вип. 13. – С. 141–147.*
2. Разработка оптимального управления движениями башенного крана / Е. В. Макаревич, В. Н. Шамардина, Ф. Палис, С. Палис // *Електротехнічні та комп'ютерні системи: науково-технічний журнал. – Одеса : ОНПУ, 2011. – № 3. – С. 170–171.*
3. Герасимьяк Р. П. Особливості керування електроприводом механізму вильоту стріли під час обертання крана з підвищеним вантажем / Р. П. Герасимьяк, О. В. Найденко // *Електротехнічні та комп'ютерні системи : науково-технічний журнал. – Одеса : ОНПУ, 2007. – Випуск 68. – С. 11–15.*
4. Управление и защита грузоподъемного крана с гашением раскачивания груза. Часть 1 / А. А. Зарецкий, Л. С. Каминский, Д. М. Маиш, И. А. Пятницкий, И. Г. Фёдоров // *Журнал «Все Краны». – Санкт-Петербург : ООО «Издательский дом «Кран-Сервис», 2007. – № 16/16 (декабрь). – С. 10–13.*
5. Управление и защита грузоподъемного крана с гашением раскачивания груза. Часть 2 / А. А. Зарецкий, Л. С. Каминский, Д. М. Маиш, И. А. Пятницкий, И. Г. Фёдоров // *Журнал «Все Краны». – Санкт-Петербург : ООО «Издательский дом «Кран-Сервис». – 2008. – № 01/17 (январь-февраль). – С. 8–12.*
6. Дремов В. И. К вопросу о создании энергоэффективных отечественных мощных грузоподъемных средств для условий природно-техногенных катаклизмов / В. И. Дремов, В. Г. Ивахник, А. В. Ляхомский // *Горный информационно-аналитический бюллетень. – М. : МГГУ, 2005. – № 6. – С. 274–278.*
7. Корытов М. С. О перемещении груза автокраном вдоль заданной траектории при ограничении количества одновременно управляемых координат / М. С. Корытов // *Вестник Самарского государственного технического университета. – Самара : СамГТУ, 2009. – № 2 (24). – С. 105–112. – (Серия «Технические науки»).*
8. Голдобина Л. А. Теоретическое обоснование снижения раскачивания груза на канате строительного крана / Л. А. Голдобина, А. В. Власов, А. Л. Бочков // *Технико-технологические проблемы сервиса. – Санкт-Петербург : СПбГУЭС, 2011. – Т. 2. – № 16. – С. 52–60.*
9. Подобед В. А. Теоретические исследования основных показателей работы портального крана «Альбрехт» при динамическом воздействии ветра / В. А. Подобед // *Вестник Мурманского государственного технического университета. – Мурманск : МГТУ, 2006. – Т. 9. – № 3. – С. 522–530.*

Статья поступила в редакцию 06.11.2011 г.